



HAL
open science

Modélisation mécanique des cavités en milieu anisotrope et fracturé

I. Arif, Jack-Pierre Piguet, Alain Thoraval, P. Lebon

► To cite this version:

I. Arif, Jack-Pierre Piguet, Alain Thoraval, P. Lebon. Modélisation mécanique des cavités en milieu anisotrope et fracturé. Colloque "Structure et comportement des géomatériaux", Sep 1992, Nancy, France. pp.565-76. ineris-00971847

HAL Id: ineris-00971847

<https://ineris.hal.science/ineris-00971847>

Submitted on 3 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MODÉLISATION MÉCANIQUE DES CAVITÉS EN MILIEU ANISOTROPE ET FRACTURE

I. ARIF

Laboratoire de Mécanique des Terrains - École des Mines de Nancy ,
Institut Teknologi Bandung - Indonésie (permanent)

J.P. PIGUET

Laboratoire de Mécanique des Terrains - INERIS (Institut National de
l'Environnement et des Risques) - École des Mines de Nancy

A. THORAVAL

Laboratoire de Mécanique des Terrains - INERIS - École des Mines de Nancy

P. LEBON

ANDRA (Agence Nationale pour la gestion des Déchets Radioactifs)

RESUME : L'anisotropie et les discontinuités du massif rocheux sont notoirement deux paramètres importants du comportement mécanique des ouvrages.

Pour mieux les prendre en compte, nous avons adopté une méthodologie de "modélisation évolutive", s'appuyant sur les codes numériques aux éléments finis (code CESAR du Laboratoire Central des Ponts-et-Chaussées, ELFI3F du laboratoire de Mécanique des Terrains à l'École des Mines de Nancy) et aux éléments distincts (code UDEC). Dans ces codes, des améliorations successives ont été introduites, telles que le critère de rupture orienté de PARISEAU, et la variabilité de la raideur des joints en fonction de leurs déplacements normaux et tangentiels.

Ces différentes modélisations appliquées à des géométries d'ouvrages-types, mettent en lumière la nécessité de tenir compte de l'anisotropie sous peine de commettre de graves erreurs d'interprétation. Elles montrent aussi que les modèles numériques doivent être très sophistiqués, dès qu'on attend d'eux qu'ils soient représentatifs du comportement complexe de ce type de milieu.

ABSTRACT : The anisotropy and the discontinuities are two important parameters which particularly influence the mechanical behaviour of rock mass.

To better take them into account, a methodology named "evolutionary modelling" has been developed based on the finite element codes CESAR from the "Laboratoire Central des Ponts et Chaussées", ELFI3F from the "Laboratoire de Mécanique des Terrains" at the School of Mine of Nancy and the distinct element code (UDEC). In those codes, successive improvements have been introduced, as the PARISEAU oriented failure criterion, the joint stiffness variability with their normal and shear displacements."

Those different modelisations, applied to typical works, have shown the need to take into account anisotropy to avoid big interpretation mistakes. They have also shown that the numerical modelisations must be very sophisticated as soon as we expect them to be representative of this medium complex behaviour.

I - INTRODUCTION

En matière de comportement des ouvrages souterrains construits dans des massifs rocheux anisotropes et, de surcroît, fracturés, la modélisation numérique est un instrument précieux qui permet d'espérer énoncer des prédictions pour le comportement d'ouvrages en projet, à condition d'avoir été convenablement calées sur des ouvrages existants.

Il faut entendre ici le mot "comportement" en termes de déformations (déplacements des parois), apparitions de ruptures, instabilités de blocs découpés par la fracturation naturelle ou induite, à l'échelle de l'ouvrage.

Le rapport entre les résultats des calculs et l'expérience s'établit par la confrontation directe des valeurs quantifiées par la mesure (des convergences, des expansions..) avec les mêmes valeurs calculées par les modèles, ou par la comparaison des phénomènes qualitatifs observés, avec ceux simulés dans les modèles (chutes de blocs par exemple).

L'expérimentation est aussi sollicitée pour la détermination des paramètres nécessaires, en amont, à la mise en oeuvre des calculs (propriétés géomécaniques, conditions aux limites fixées par l'état de contraintes naturel etc..).

En mécanique des roches, d'une façon générale, les imperfections de l'expérimentation (qu'elle soit effectuée in situ ou en laboratoire) et les simplifications et hypothèses inhérentes à la modélisation mathématique, obligent à de fréquents allers et retours du calcul jusqu'à la mesure et réciproquement, soit dans un processus de rétro-analyse (pour évaluer indirectement les propriétés à grande échelle du massif ou apprécier les conditions aux limites), soit dans un but de calage (pour déterminer et ajuster le ou les modèles les plus appropriés).

Cette méthodologie assez classique est rendue plus délicate ici par la complexité du comportement anisotrope, et la multiplicité de ses paramètres, (loi de comportement et critère de rupture) ainsi que par la présence de la fracturation. Nous aborderons cette question en présentant différentes étapes de modélisation, utilisant plusieurs conceptions de modèles numériques et en nous appuyant sur l'expérience connue du comportement des ouvrages souterrains (notamment miniers) placés dans de telles conditions.

II - LA METHODOLOGIE DE MODELISATION

1) LA DEMARCHE ET LES MODELES UTILISES

La méthodologie suivie, dite "modélisation évolutive" est basée sur l'approche systématique et "adaptative" (STARFIELD et CUNDALL, 1989) qui conduit à complexifier le modèle en introduisant successivement des éléments représentant de mieux en mieux le système réel.

Les outils numériques utilisés ont été d'abord du type éléments finis, avec propriétés mécaniques d'un massif isotrope transverse en élasticité linéaire (codes utilisés : ELFI3F du Laboratoire de Mécanique des Terrains et CESAR du Laboratoire Central des Ponts-et-Chaussées).

Un critère de rupture orienté, en première approximation assez bien adapté à ces types de roche, a été introduit dans le code ELFI3F. Il s'agit du critère de PARISEAU (1972). Puis, nous avons cherché à rendre compte de quelques unes des principales discontinuités, au moyen d'éléments finis du type "joints", d'abord avec des raideurs normales KN, et tangentielles KS constantes, quelle que soit la déformation du joint (code ELFI3F), puis en introduisant la possibilité d'une variation de ces raideurs en fonction des déplacements des noeuds du joint (GOODMAN, 1976). Cette amélioration a donné lieu au développement du code AP3F, issu d'ELFI3F (ARIF, 1991).

Dans un deuxième temps, la modélisation a été menée avec la méthode des éléments distincts (code UDEC) CUNDALL (1987), CUNDALL and HART (1989).

Les calculs avec tous ces modèles ont été effectués en deux dimensions, sous l'hypothèse des déformations planes, en élasticité linéaire.

Ont été également mis en oeuvre des modèles numériques en trois dimensions, représentant à la fois la géométrie des massifs traversés de discontinuités, avec leur caractère aléatoire, et les conditions de stabilité de blocs isolés, reposant sur des analyses de type "équilibre limite" (glissement plans, glissement sur dièdres, chutes libres, basculements).

Le logiciel utilisé RESOBLOK, avec sa commande Block Stability Analysis (BSA) (ASOF 1991, BAROUDI et al 1990-1991) a fourni des résultats très intéressants sur le plan méthodologique, mais l'absence de connaissances précises sur des instabilités éventuellement constatées sur des sites n'a pas permis d'effectuer un véritable calage. Nous ne l'évoquerons donc plus dans la suite de cet article.

En revanche, il paraît utile de fournir quelques détails sur le critère de rupture orienté et sur l'utilisation de joints à raideurs variables.

2) CRITERE DE RUPTURE ORIENTE

Le critère adopté et introduit dans le code est celui proposé par PARISEAU (1969), pour l'anisotropie de type isotrope transverse qui comporte cinq coefficients indépendants. Ces derniers peuvent être exprimés en fonction des résistances en compression simple, traction simple et torsion, mesurées parallèlement et perpendiculairement au plan d'anisotropie. Cependant, l'essai de torsion n'étant pas conventionnel en Mécanique des Roches, on remplace ce paramètre par la résistance à la compression simple mesurée selon une direction inclinée à 45° par rapport au plan d'anisotropie. On trouve in fine, pour toute direction θ considérée par rapport à la direction du plan d'anisotropie, deux grandeurs C_θ (cohésion) et $\tan \phi_\theta$ (angle de frottement interne ϕ), fonction de θ et des cinq paramètres décrits ci-dessus, qu'on peut aussi traduire en termes de résistances à la compression et à la traction $R_{c\theta}$ et $R_{t\theta}$ grâce aux relations

$$R_{c\theta} = [2 C_\theta (1 + \sin \phi_\theta)] / \cos \phi_\theta$$

$$R_{t\theta} = 2 C_\theta \cos \phi_\theta / (1 + \sin \phi_\theta)$$

Le critère peut alors être aussi représenté dans le plan de Mohr par la parabole tangente aux cercles de Mohr correspondant à $R_{c\theta}$ et $R_{t\theta}$.

La comparaison des valeurs des contraintes à la rupture σ_1 , sous différents confinements σ_3 , calculées de cette façon et mesurées en laboratoire sur des échantillons de roche anisotrope disponibles, peut paraître convenable en toute première approximation (figure 1), mais elle se heurte à la détermination en laboratoire des résistances à la traction parallèles et surtout perpendiculaires au plan d'anisotropie (sur la figure, ces paramètres ont été choisis arbitrairement égaux à 1/8 de la résistance à la compression correspondante), (ARIF, 1991).

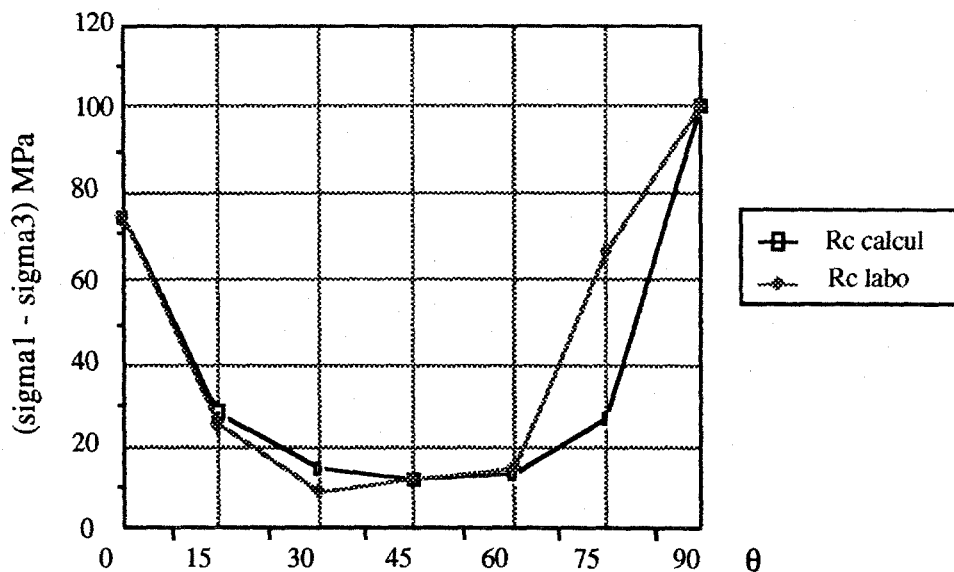


Fig. 1 : Calcul de R_c avec le critère de Pariseau, comparé avec les essais au laboratoire

Fig. 1 : Compressive strength calculated with Pariseau's criteria and compared with laboratory tests

3) JOINTS A RAIDEURS VARIABLES, EN ELEMENTS FINIS

Les raideurs normales et tangentielles représentent en fait les tangentes aux courbes d'évolution des composantes des vecteurs contraintes appliquées à un joint, en fonction des déplacements, respectivement dans les directions perpendiculaires et parallèles au plan du joint. Or, ces courbes d'évolution sont notoirement non linéaires. Nous avons donc implémenté une méthode itérative qui permet, en partant d'une valeur initiale de raideur, de faire varier celle-ci de façon à ce que les efforts normaux et tangentiels suivent, pas à pas, la courbe de la loi constitutive du joint en fonction

du déplacement (GOODMAN, 1976). A chaque itération, un nouveau calcul complet de l'ensemble de la structure modélisée par éléments finis est effectué, et fournit les données (déplacements sur les joints et efforts) qui permettent de calculer la raideur équivalente pour le pas suivant (ARIF, 1991) (Figure 2).

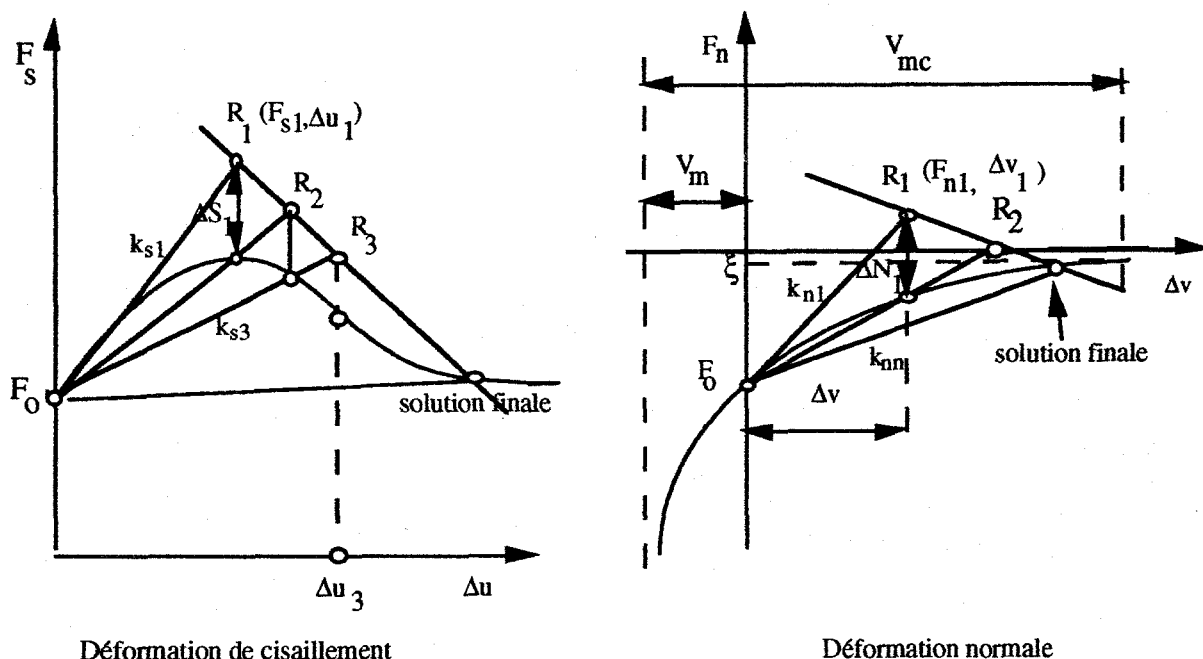


Fig. 2 : Principe de la modélisation avec joints à raideurs variables

Fig. 2 : Principle of modelling with variable stiffness joints

Cette méthode a été appliquée à titre indicatif au problème d'une cavité souterraine typique schématisée par une géométrie trapézoïdale, située dans un terrain isotrope transverse de pendage subvertical et supposé traversé par deux discontinuités majeures comme le montre la figure 3.

On trouvera également sur la figure, les caractéristiques géomécaniques adoptées d'après les essais évoqués ci-dessus (les modules E_1 et E_2 correspondant respectivement aux directions parallèles et perpendiculaires à la stratification, G_2 étant le module de cisaillement).

L'analyse des conséquences de l'introduction de raideurs variables pour les joints est basée sur le comportement des points A, B, C, D. La partie la plus affectée est le parement gauche et le basculement est localisé en-dessous de l'extrémité de l'élément joint D pour lequel on voit l'évolution des raideurs après une douzaine d'itérations.

Par rapport à un calcul de référence, avec joints à raideurs constantes (égales à la raideur initiale), le déplacement de D augmente de 29 % (2,1 à 2,7 cm), les contraintes verticales diminuent de 43 % (10,1 à 5,8 MPa) tandis que la zone située entre les joints D et C est au contraire plus comprimée.

Au toit, l'influence des variations de raideur est moindre : déplacement vertical accru de 6 % et contraintes horizontales sensiblement constantes.

Enfin, bien que les contraintes calculées ici ne conduisent pas à une violation du critère orienté, on constate que l'écart entre l'état de contrainte et le critère (représenté par un coefficient AK par lequel il conviendrait de multiplier l'état de contrainte pour atteindre le critère) est diminué de 40 % environ au parement gauche (Figure 4).

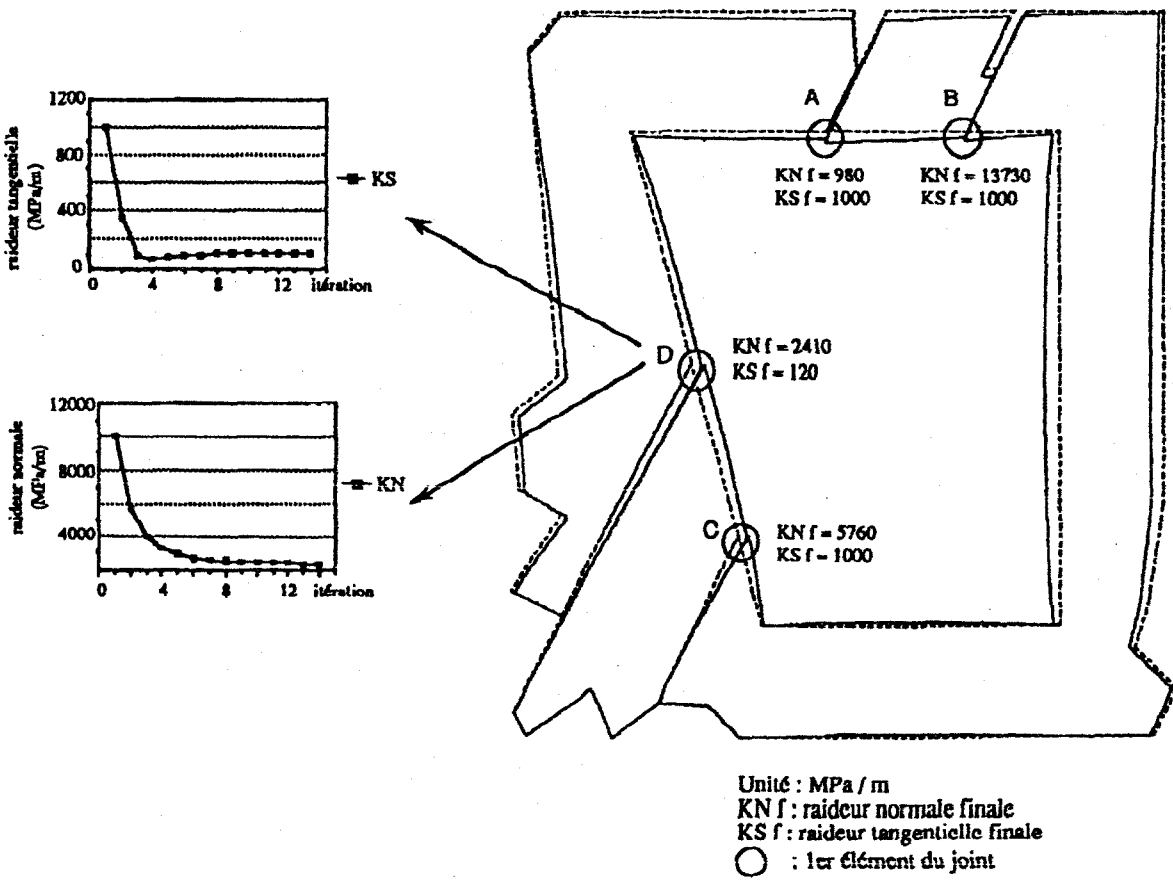
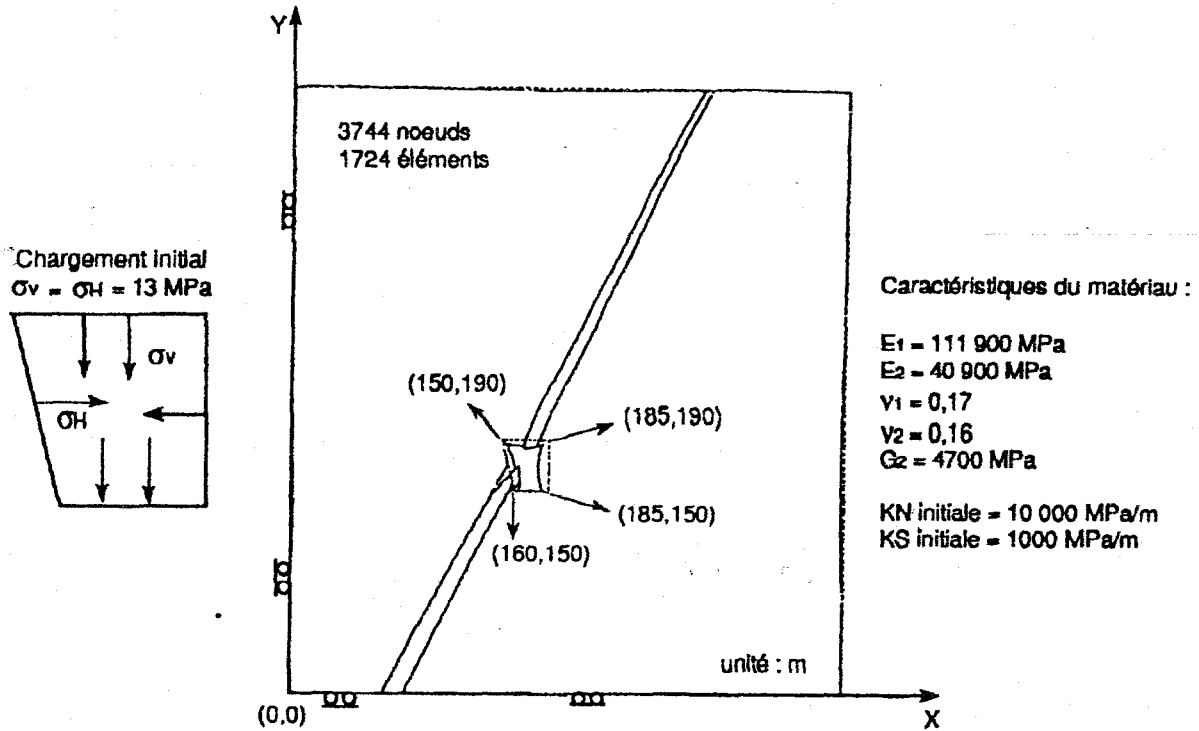


Fig. 3 : Application du modèle avec joints à raideurs variables

Fig. 3 : An application for modelling with variable stiffness joints

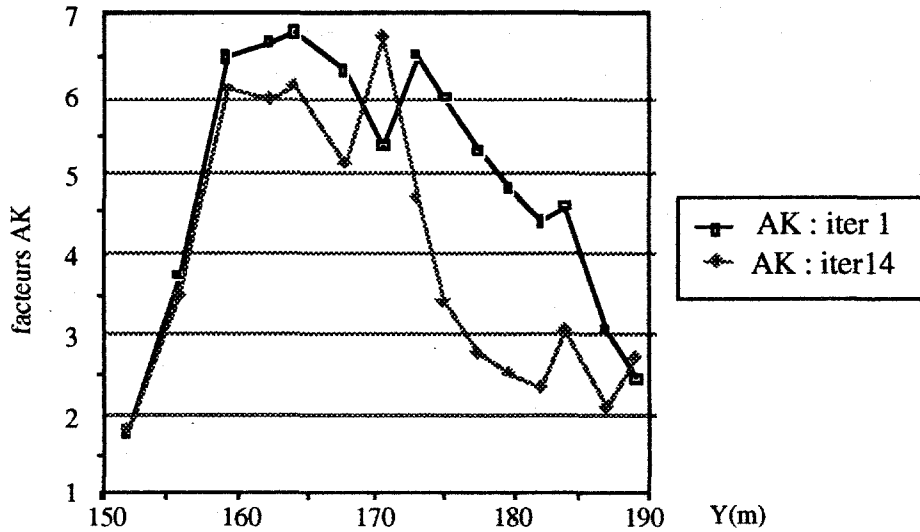


Fig. 4 : Facteur AK le long du parement gauche

Fig. 4 : AK factor along left sidewall

III - INTERPRETATION DES RESULTATS ET EVALUATION DES MODELES

1) MODALITES DES CALCULS

Ces différentes méthodes de modélisation ont été mises en oeuvre dans le cas type de galeries rectangulaires, en milieu isotrope transverse à stratification subverticale) orientées soit parallèlement à la schistosité (cas 1), soit perpendiculairement (cas 2). Comme les calculs sont effectués en deux dimensions, les sections modélisées apparaissent donc, au sein d'un matériau anisotrope dans le cas 1 et dans un matériau isotrope dans le cas 2 (la section est située dans le plan de schistosité). La hauteur et la largeur des galeries ont été fixées à 2,65 m et 3 m respectivement.

Dans les deux cas, des discontinuités naturelles majeures (grande failles) ont été introduites à quelques mètres des galeries, ainsi que cela peut être observé dans ce genre de contexte (Figure 5).

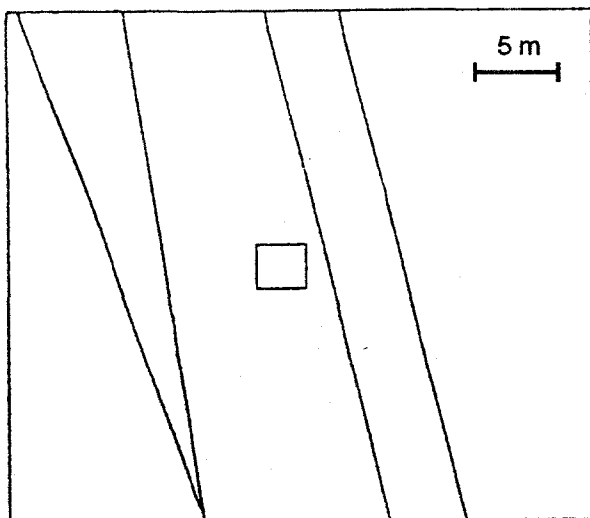


Fig. 5 : Position des grandes discontinuités dans le modèle

Fig. 5 : Location of large discontinuities in the model

Les calculs ont d'abord été effectués en éléments finis, sans tenir compte de ces discontinuités, puis en introduisant des éléments joints, enfin avec la méthode des éléments distincts. Une dernière série de calculs ont été effectués en introduisant une fracturation plus fine (dite secondaire), caractérisée arbitrairement par un pas régulier de 1 à 2 m, et une orientation représentée figure 6. C'est la méthode des éléments distincts qui a été employée dans cette configuration.

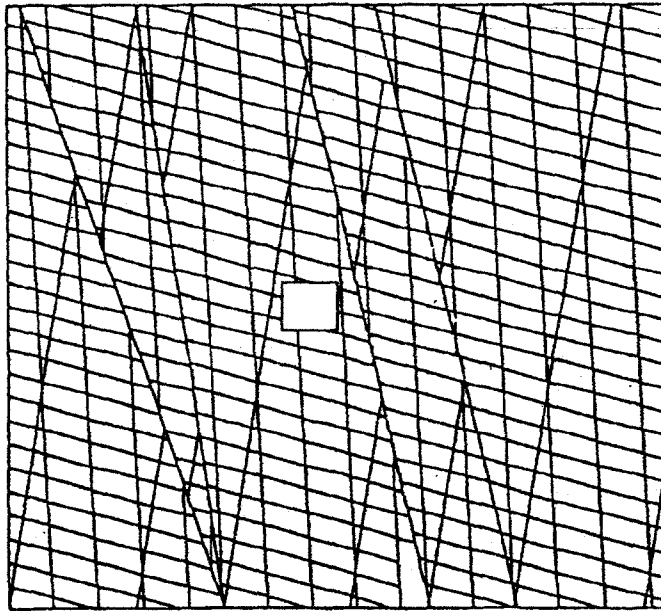


Fig. 6 : Modèle avec petite et grande fracturation

Fig. 6 : Model with small and large discontinuities

Les valeurs retenues pour l'interprétation et la comparaison des différents calculs sont les suivantes :

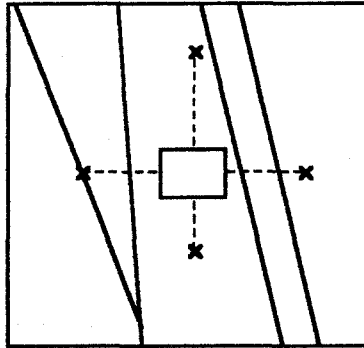
- Convergences verticales : milieu de galerie (CVm), proximité parement gauche (CVg), proximité parement droit (CVd).
- Convergences horizontales : partie haute du parement (CHh), médiane (CHm), et basse (CHb).
- Expansions du massif entre la paroi et des points de référence situés à 10 m (C1), 6 m (C2), 3 m (C3) au toit, aux parements gauche et droit et à 6 m, 4 m et 2 m respectivement, au mur).

2) RESULTATS

Les tableaux 1 et 2 donnent les résultats numériques correspondant à ces choix. L'interprétation que nous avons choisie d'effectuer s'appuie sur l'aptitude des différents modèles à rendre compte de l'anisotropie de comportement, par ailleurs constatée d'après l'expérience et les observations rassemblées dans les chantiers miniers creusés dans des terrains fortement anisotropes. C'est ainsi que dans des conditions similaires à celles qui ont fait l'objet de cette modélisation, les mouvements horizontaux perpendiculaires à la stratification (configuration du cas 1) se révèlent environ 20 fois plus importants que les mouvements parallèles aux plans de stratification (configuration du cas 2).

En même temps, les mouvements verticaux, parallèles aux directions d'anisotropie sont à peu près les mêmes pour toutes les orientations d'ouvrages (ARIF, 1991).

Il apparaît ici que les modèles numériques continus (éléments finis sans joint) ne rendent pas suffisamment compte de ce phénomène puisque le rapport des valeurs appariées calculées dans le cas 1 sur celles du cas 2 est seulement de l'ordre de 3 (moyenne 2,73) dans la direction horizontale. De plus, ce même rapport varie de 1,5 à 2,5 (moyenne 2) dans la direction verticale.

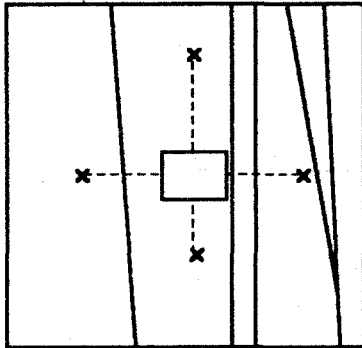


$K_N = 2000 \text{ MPa / m}$
 $K_s = 500 \text{ MPa / m}$
 $\sigma_H = \sigma_v = 12 \text{ MPa}$
 $G_2 = 7000 \text{ MPa}$

EXPANSIONS (mm)		EI. FINIS sans joint	EI. FINIS avec joints	EI. DIST grandes failles	EI. DIST petite fract.
Bas	C1	0,43	0,42	0,45	2,92
	C2	0,35	0,35	0,37	2,57
	C3	0,22	0,22	0,22	1,39
Haut	C1	0,51	0,49	0,75*	7,12
	C2	0,42	0,41	0,43	6,19
	C3	0,29	0,29	0,29	5,61
Gauche	C1	0,91	1,26	1,04	4,10
	C2	0,78	1,24	0,93	3,65
	C3	0,54	0,75	0,59	2,53
Droit	C1	0,88	1,04	2,14	6,44
	C2	0,77	1,01	1,90	5,80
	C3	0,58	0,58	1,82	4,94
CONVERGENCES (mm)					
CHh] horiz.	1,95	2,34	3,04	14,52
CHm		2,20	2,64	3,38	12,03
CHb		1,95	2,34	2,86	8,22
CVg] vert.	1,27	1,28	1,37	6,54
CVm		1,44	1,46	1,52	12,49
CVd		1,27	1,29	1,43	7,97

Tableau 1 : Comparaison des résultats des différents modèles
(cas 1, section perpendiculaire à la schistosité, plan anisotrope)

Table 1 : Comparison between results of different models
(case 1, section perpendicular to schistosity, anisotropic plane)



$$K_N = 2000 \text{ MPa / m}$$

$$K_s = 500 \text{ MPa / m}$$

$$\sigma_H = \sigma_v = 12 \text{ MPa}$$

$$G_2 = 7000 \text{ MPa}$$

EXPANSIONS (mm)		EI. FINIS sans joint	EI. FINIS avec joints	EI. DIST grandes failles	EI. DIST fract. sec.
Bas	C1	0,23	0,17	0,17	10,03
	C2	0,21	0,16	0,17	9,92
	C3	0,16	0,15	0,15	8,97
Haut	C1	0,23	0,17	0,22	3,41
	C2	0,21	0,16	0,18	2,85
	C3	0,16	0,15	0,16	2,11
Gauche	C1	0,32	0,63	0,76	6,08
	C2	0,29	0,62	0,75	5,39
	C3	0,24	0,62	0,74	4,57
Droit	C1	0,31	0,93	1,86	15,90
	C2	0,29	0,92	1,86	15,01
	C3	0,23	0,79	1,57	14,25
CONVERGENCES (mm)					
CHh] horiz.	0,68	1,52	2,23	16,59
CHm		0,74	1,75	2,71	24,03
CHb		0,66	1,46	2,17	22,73
CVg] vert.	0,50	0,56	0,55	13,93
CVm		0,57	0,65	0,65	15,74
CVd		0,50	0,58	0,59	15,36

Tableau 2 : Comparaison des résultats des différents modèles (cas 2, section parallèle à la schistosité, plan isotrope)

Table 2 : Comparison between results of different models (case 2, section parallel to the schistosity, isotropic plane)

L'introduction des discontinuités par le truchement d'éléments joints (en éléments finis) ou par l'utilisation des éléments distincts n'améliore pas la comparaison, vis à vis de ce critère, puisque la disposition des grandes failles accentue, certes, les déplacements horizontaux, mais aussi bien dans le plan parallèle que dans le plan perpendiculaire à la schistosité. En définitive, les rapports des mouvements horizontaux, appariés dans les deux cas, se rapprochent de 1, tandis qu'ils augmentent dans la direction verticale (la moyenne tendant vers 2,5), ce qui ne va pas dans le sens des phénomènes connus.

L'introduction des grandes failles dans les modèles donne logiquement un effet amplificateur dans la direction perpendiculaire à ces failles, c'est à dire, ici, dans la direction horizontale. Cette amplification est sensible quand les noeuds qui servent à calculer les expansions se situent de part et d'autre des discontinuités dans le modèle. Ce phénomène est d'autant plus marqué que les discontinuités sont proches des parois des excavations. Ceci est vérifié, sur les tableaux 1 et 2, à la fois pour les calculs par éléments finis avec joints et les calculs par éléments distincts, mais dans des proportions généralement plus grandes pour ces derniers, à raideurs égales.

Quand la fracturation "secondaire" est introduite, l'ensemble des mouvements calculés s'accroît considérablement (plusieurs dizaines de fois) sans pour autant respecter les ratios entre déplacements horizontaux et verticaux notés dans les ouvrages et sans relation avec l'anisotropie.

La présence des discontinuités, telles qu'elles sont modélisées avec ces méthodes, a donc un effet nettement prépondérant sur celui dû à l'anisotropie des propriétés intrinsèques de la roche.

3) DISCUSSION

Une étude paramétrique a montré qu'on pouvait s'approcher de façon plus réaliste, de l'expérience connue en :

- diminuant le module élastique perpendiculaire à la schistosité
- augmentant la contrainte initiale horizontale, σ_H , condition limite du calcul
- amenant le module de cisaillement G_2 à un niveau plus élevé
- maintenant les module parallèle à la schistosité et en maintenant constants les coefficients de Poisson.

Certaines de ces modifications de paramètres, pourraient être justifiées par des corrections du type effet d'échelle, entre propriétés en place et propriétés évaluées en laboratoire sur la matrice non fissurée, mais à condition de le prouver par une campagne d'expérimentation adéquate (mesures de modules in situ, par exemple).

D'autre part, la loi de comportement élémentaire utilisée ici est très simple (élasticité linéaire et critère de rupture anisotrope). On peut attendre d'une loi de comportement plus complexe, calée sur les essais de laboratoire, une amélioration de l'ajustement calculs/mesures.

Enfin, transparaît pour ceux qui fréquentent les sites marqués par de fortes anisotropies de propriétés mécaniques la possibilité d'apparition d'un phénomène s'apparentant au flambage des feuilletts verticaux. Ce type de comportement est notoirement complexe et, jusqu'à présent, très peu accessible à la modélisation numérique. Sa caractérisation physique est de toute façon encore très insuffisante, et nécessiterait une instrumentation adaptée.

V - CONCLUSION

Cette recherche des formes de modélisation adaptées au comportement des ouvrages creusés en terrains anisotropes et fracturés a éclairé la difficulté et la complexité de ce problème. En effet, dans des configurations géométriques relativement simples, on a pu montrer la grande sensibilité des résultats numériques aux paramètres de l'anisotropie mécanique et à la présence de joints représentant les discontinuités.

En même temps, il apparaît que les méthodes actuellement d'usage courant, ne parviennent que très imparfaitement à rendre compte des phénomènes physiques, réellement mis en jeu dans les ouvrages placés dans ces conditions (qu'il s'agisse des modèles aux éléments finis adaptés aux propriétés de ce type de terrains, ou des méthodes aux éléments distincts, conçues pour refléter la présence des discontinuités).

Il paraît donc primordial d'entreprendre l'analyse précise et détaillée des mécanismes déterminant le comportement des ouvrages, en s'appuyant notamment sur des investigations in situ, avant de perfectionner les méthodes et les outils numériques.

REFERENCES

ARIF I. (1991). - "Modélisation des milieux anisotropes et fracturés" - Thèse de Doctorat de l'INPL.

ASOF M. (1991). - "Etude du comportement mécanique des massifs rocheux fracturés en blocs (méthode à l'équilibre limite) : réalisation et applications". - Thèse Doctorat de l'INPL.

BAROUDI H., PIGUET J.P., CHAMBON C., ASOF M. (1990). - "Utilization of the block generator RESOBLOK to complex geologic conditions in an open pit mine" - Int. Conf. on Mechanics of Jointed and Faulted Rock, Vienne, April 18-20.

BAROUDI H., PIGUET J.P., ARIF I., JOSIEN J.P., LEBON P. (1991). - "Modélisation des cavités de stockage et prise en compte des discontinuités des massifs rocheux" - Congrès Int. Soc. of Rock Mechanics, Aix-La-Chapelle, sept. 16-20, Balkema pp. 675-678, tome 1.

CUNDALL P.A. (1987). - "Distinct element model of rock and soil structure. Analytical and computational methods in engineering rock mechanics", ed. ET. BROWN, ALLEN & UWIN, pp. 129-163.

CUNDALL P.A., HART R.D. (1989). - "Numerical modelling of discontinua" - Keynote address, 1 st US Conference on Discrete Element Method DEM - Oct. 19-20.

GOODMAN R.E. (1969). - "Methods of geological Engineering in Discontinuous Rocks". West Publishing company, Copyright, 1976.

PARISEAU W.G. (1969). - "Plasticity theory for anisotropic rock and soils". 10th Symposium on Rock Mechanics, chap. 10, pp. 267-295.

STARFIELD A.M., CUNDALL P.A. (1988). - "Toward a methodology for rock mechanics modelling". Int. Journal of Rock Mechanics Mining Sciences & Geomechanics, Abstracts, Vol. 25, n° 3, pp. 99-106.